I　0と異なる整数 x, y, z はつぎの連立方程式をみたす.

$$\frac{1}{xy}+\frac{1}{yz}+\frac{1}{zx}=\frac{1}{xy+yz+zx}$$

$$2^{x+1}=\frac{5^{2y}}{10^{z+1}}$$

このとき

$$x=\boxed{(1)}\boxed{(2)},\ y=\boxed{(3)}\boxed{(4)},\ z=\boxed{(5)}\boxed{(6)}$$

である.

II 自然数 x, y, z は $x < y < z$ で

$$\frac{1}{x}+\frac{2}{y}+\frac{4}{z}+\frac{1}{xy}+\frac{1}{yz}+\frac{1}{zx}+\frac{1}{xyz}=1$$

をみたす．このような組 (x, y, z) は複数あるが，$x+y+z$ を最小にする組は

$$(x, y, z) = (\boxed{(7)}\boxed{(8)},\ \boxed{(9)}\boxed{(10)},\ \boxed{(11)}\boxed{(12)})$$

である．これを示すために，まず x, y, z を $x < y < z$ をみたす変数と考え

$$f(x, y, z) = xyz - xyz\left(\frac{1}{x}+\frac{2}{y}+\frac{4}{z}+\frac{1}{xy}+\frac{1}{yz}+\frac{1}{zx}+\frac{1}{xyz}\right)$$

とおく．$g(x) = f(x, x+1, x+2)$ とすれば

$$g(x) = x^3 - \boxed{(13)}\boxed{(14)}\,x^2 - \boxed{(15)}\boxed{(16)}\,x - \boxed{(17)}\boxed{(18)}$$

となる．自然数 x, y, z が $x < y < z$ および $f(x, y, z) = 0$ をみたすならば

$$x+1 \leqq y, \quad x+2 \leqq z$$

より $g(x) \leqq 0$ が成り立つ．$g(x) \leqq 0$ をみたす自然数 x の最大値は $\boxed{(19)}\boxed{(20)}$ である．
$x = 2$ の場合，$f(x, y, z) = 0$ をみたす自然数 y, z $(x < y < z)$ に対して $x+y+z$ の最小値は $\boxed{(21)}\boxed{(22)}$ となる．同様に $x = 3, 4, \ldots$ の各場合に $f(x, y, z) = 0$ をみたす自然数 y, z $(x < y < z)$ に対して $x+y+z$ の最小値を求める．それらの最小値のなかで最小のものを与える x, y, z が求める組である．

III

(1)　$x^3 - kx + 1 = 0$ (k は実数) は実数の重解とそれと異なる実数解をもつ．このとき

$$k = \frac{\boxed{(23)}}{\sqrt[3]{\boxed{(24)}}}$$

である．

(2)　曲線 C： $y = x^2 + \dfrac{1}{x}$ を $x \neq 0$ で考える．

$x > 0$ の範囲において y 座標が最小となる点 $\mathrm{P}(x_0, y_0)$ は

$$\mathrm{P}\left(\frac{1}{\sqrt[3]{\boxed{(25)}}}, \frac{\boxed{(26)}}{\sqrt[3]{\boxed{(27)}}}\right)$$

である．

点 Q を C 上の点で y 座標が y_0 で P と異なるもの, 点 R を C が x 軸と交わる点とする．このとき, △PQR の面積は

$$\frac{\boxed{(28)}\boxed{(29)}}{\boxed{(30)}\boxed{(31)}}$$

である．

IV　ある大学は7月に七夕祭, 11月に秋祭と2回学園祭を行っている. あなたはその大学に属している学生であるとして, 以下の問に答えよ. ただし p, q, c は実数値をとるものと考える.

(1)　あなたは友人といっしょに, 焼きそばの屋台を七夕祭に出店することを企画した. 焼きそば1人前を p 円としたときの売れ行きは

$$q = 600 - p \qquad (\text{人前}) \quad (\text{ただし } 100 \leqq p \leqq 600)$$

で, また, 焼きそばを作る諸経費の総額は $c = 100q$ 円であるとする. 売上 pq 円から諸経費を差し引いた残りを儲(もう)けとすると, 儲けを最大にするには焼きそば1人前を $\boxed{(32)}\boxed{(33)}\boxed{(34)}$ 円で売ればよい. また, そのときの儲けは $\boxed{(35)}\boxed{(36)}\boxed{(37)}\boxed{(38)}\boxed{(39)}$ 円となる.

(2)　次にあなたは, 焼きそばの屋台を秋祭にも出店しようと考えている. 焼きそば1人前を p 円としたときの売れ行きは

$$q = 1200 - 2p \qquad (\text{人前}) \quad (\text{ただし } 100 \leqq p \leqq 600)$$

で, また, 焼きそばを作る諸経費の総額 c は

$$c = \begin{cases} 100q & (0 \leqq q \leqq 200) \\ \dfrac{1}{2}q^2 - 100q + 20000 & (q > 200) \end{cases}$$

とする.

このとき, 儲けを最大にするには, 焼きそば 1 人前を $\boxed{(40)}\boxed{(41)}\boxed{(42)}$ 円とすればよく, そのときの儲けは $\boxed{(43)}\boxed{(44)}\boxed{(45)}\boxed{(46)}\boxed{(47)}\boxed{(48)}$ 円となる.

(3)　焼きそばの屋台を七夕祭と秋祭の両方に出店する場合, 焼きそばに同じ値段をつけなければならないとしたら, 七夕祭と秋祭における儲けの合計を最大にするには焼きそば 1 人前を $\boxed{(49)}\boxed{(50)}\boxed{(51)}$ 円で売ればよく, そのときの儲けは異なる値段を付けて構わない場合と比べて $\boxed{(52)}\boxed{(53)}\boxed{(54)}\boxed{(55)}$ 円の減少となる.

V　つぎの **1**, **2** のうち, いずれか1問を選択し答えなさい. **1** を選択する場合, 解答用紙の V–1 をマークし, **2** を選択する場合, V–2 をマークしなさい.

1　数列 $\{a_n\}$ に対して r 番目ごとに数を除去した数列を求める操作を R_r とする. たとえば, 数列 $\{a_n\}$ に R_3 を適用すると

$$a_1,\ a_2,\ a_4,\ a_5,\ a_7,\ a_8,\ \ldots$$

となる. また, 数列 $\{a_n\}$ に対して $s_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} a_k$ とし, 数列 $\{s_n\}$ を求める操作を S とする.

(1)　数列 $\{a_n\}$, $a_n = n$ に対して, R_4 を適用すると

$$1,\ 2,\ 3,\ 5,\ 6,\ 7,\ 9,\ 10,\ 11,\ \ldots$$

となるが, さらにこの数列に S を適用して得られた数列を $\{b_n\}$ とする. このとき

$$b_1 = 1,\ b_2 = 3,\ b_3 = 6,\ b_4 = 11,\ \ldots,\ b_{10} = \boxed{(101)}\boxed{(102)}$$

となる. 一般に, $m = 1, 2, 3, \ldots$ および $k = 0, 1, 2$ に対して

$$b_{3m-k} = \frac{\boxed{(103)}\boxed{(104)}\,m^2 + \boxed{(105)}\boxed{(106)}\,km + \boxed{(107)}\boxed{(108)}\,k^2 + \boxed{(109)}\boxed{(110)}\,k + \boxed{(111)}\boxed{(112)}}{\boxed{(113)}\boxed{(114)}}$$

となる.

(2)　さらに数列 $\{b_n\}$ に, R_3, S, R_2, S をこの順に適用して求めた数列を $\{c_n\}$ とすると

$$c_1 = 1,\ c_2 = \boxed{(115)}\boxed{(116)},\ c_3 = \boxed{(117)}\boxed{(118)},\ \ldots,\ c_8 = \boxed{(119)}\boxed{(120)}\boxed{(121)}\boxed{(122)}$$

である.

2　8クイーン問題とは, 8×8のチェス盤に8個のクイーンを互いに駒が取り合わないように配置する問題である. チェスのクイーンは縦横斜めの8方向に自由に動くことができる. 右の図は8クイーン問題の1つの解を表している. クイーンの駒の位置は枠にQを入れることで示されている. それぞれの縦の列, それぞれの横の列（以下, 行とよぶ）に1つずつクイーンが配置され, さらに, 斜めの方向においても, 互いに駒が取り合わないように配置されている.

Q							
				Q			
							Q
					Q		
		Q					
						Q	
	Q						
			Q				

つぎのプログラムは, 8クイーン問題のすべての解を求めるプログラムである. 配列Qに行ごとのクイーンの位置を求めている. 1行目からはじめて, 順番にすでに配置した駒と取り合わない位置に駒を置いていく. どうしても置くことができない場合には, 一つ前の行に戻って, 次に置くことができる位置を求めている.

たとえば, 上の図の配置は最初に求まる解で, 配列Qには1, 5, 8, 6, 3, 7, 2, 4が入っている. 解の表示はプログラムの行番号27から始められる.

プログラムの空欄に入るもっとも適切な行番号を選び, その番号を解答欄に答えなさい.

```
10 DIM Q(8)
11 FOR I = 1 TO 8
12 LET Q(I) = 0
13 NEXT I
14 LET N = 0
15 LET I = 0
16 LET I = I + 1
17 IF Q(I) = 8 THEN GOTO [(201)][(202)]
```

```
18 LET Q(I) = Q(I) + 1
19 LET J = 1
20 IF J = I THEN GOTO 26
21 IF Q(J) = Q(I) THEN GOTO [(203)][(204)]
22 IF Q(J) + (I - J) = Q(I) THEN GOTO [(205)][(206)]
23 IF Q(J) - (I - J) = Q(I) THEN GOTO [(207)][(208)]
24 LET J = J + 1
25 GOTO [(209)][(210)]
26 IF I < 8 THEN GOTO [(211)][(212)]
27 LET N = N + 1
28 PRINT "No."; N
29 FOR K = 1 TO 8
30 FOR L = 1 TO 8
31 IF L = Q(K) THEN GOTO 34
32 PRINT ".";
33 GOTO 35
34 PRINT "Q";
35 NEXT L
36 PRINT
37 NEXT K
38 PRINT
39 LET Q(I) = 0
40 LET I = I - 1
41 IF I > 0 THEN GOTO [(213)][(214)]
42 END
```

2013(平成25)年度　環境情報学部　問題訂正

教科・科目	誤	→	正
数学	p.9　Ⅴ-1(2) (121)と(122)	→	解答マーク欄がないため記入不要